

Basics of Relativistic Cosmology: Global Geometry and Dynamics of the Universe

Part I

# **Special Relativity (1905)**

- A fundamental change in viewing the physical space and time, now unified in spacetime
- Postulates equivalence among all unaccelerated frames of reference (inertial observers)
- Reconciles classical electrodynamics and coordinate and velocity transformations
- Novel effects:
  - -c is the maximum velocity
  - Lorentz contraction
  - Time dilation
  - Equivalence of mass and energy
  - Explains the anomalous precession of Mercury's orbit



PHYSIK. BROEÜEDET UND FORTORFÜHET DURCH F. L. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. UND E. WIEDEMANN.

ANNALEN

VIEBTE FOLGE.

BAND 17. DEE GANZEN RELHE 322. BAND.

F. KOHLRAUSCH, M. PLANCK, G. QUINCKE, KURATORIUM: W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG. UNTER MITWIRKUNG DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT UND INSHESONDERE VON

M. PLANCK

RERAUSOHONDERN VON PAUL DRUDE.

MIT FÜNF FIGURENTAFELN.



mm71G 1905

#### 3. Zur Elektrodynamik bewegter Körper; von A. Einstein.

Daß die Elektrodynamik Maxwells - wie dieselbe gegenwärtig aufgefaßt zu werden pflegt - in ihrer Anwendung auf bewegte Körper zu Asymmetrien führt, welche den Phänomenen nicht anzuhaften scheinen, ist bekannt. Man denke z. B. an die elektrodynamische Wechselwirkung zwischen einem Magneten und einem Leiter. Das beobachtbare Phänomen hängt hier nur ab von der Relativbewegung von Leiter und Magnet, während nach der üblichen Auffassung die beiden Fälle, daß der eine oder der andere dieser Körper der bewegte sei, streng vondinander zu trennen sind. Bewegt sich nämlich der Magnet und ruht der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten ein elektrisches Feld von gewissem Energiewerte, welches an den Orten, wo sich Teile des Leiters befinden, einen Strom erzeugt. Ruht aber der Magnet und bewegt sich der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten kein elektrisches Feld, dagegen im Leiter eine elektromotorische Kraft an sich keine Energie entspricht, die aber - Gleich Relativbewegung bei den beiden ins Auge gefaßten vorausgesetzt - zu elektrischen Strömen von derselben und demselben Verlaufe Veranlassung gibt, wie im ersten die elektrischen Kräfte:

Beispiele ähnlicher Art, sowie die mißlungenen Versuch eine Bewegung der Erde relativ zum "Lichtmedium" zu kon statieren, führen zu der Vermutung, daß dem Begriffe der absoluten Ruhe nicht nur in der Mechanik, sondern auch in der Elektrodynamik keine Eigenschaften der Erscheinungen entsprechen, sondern daß vielmehr für alle Koordinatensysteme, far welche die mechanischen Gleichungen gelten, auch die gleichen elektrodynamischen und optischen Gesetze gelten, wie dies für die Größen erster Ordnung bereits erwiesen ist. Wir vollen diese Vermutung (deren Inhalt im folgenden "Prinzip Relativität" genannt werden wird) zur Voraussetzung erand außerdem die mit ihm nur scheinbar unverträgliche

# **General Relativity (1915)**

- An even more fundamental change in viewing the physical space and time, and matter/energy
- Postulates equivalence among *all* frames of reference (including accelerated ones)

**Presence of mass/energy determines the geometry of space Geometry of space determines the motion of mass/energy** 

- Introduces curvature of space, predicting a number of new effects:
  - Light deflection by masses
  - Gravitational redshift

etc. etc.



1916.

ANNALEN DER PH VIERTE FOLGE. BAND 49.

1. Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie; von A. Einstein.

18 7.

Die im nachfolgenden dargelegte Theorie bildet die denktar weitgehendste Verallgemeinerung der heute allgemein als Relativitätstheorie" bezeichneten Theorie; die letztere nenne ach im folgenden zur Unterscheidung von der ersteren "spezielle E lativitätstheorie" und setze sie als bekannt voraus. Die Verallgemeinerung der Relativitätstheorie wurde sehr erbestert durch die Gestalt, welche der speziellen Relativitätsie durch Minkowski gegeben wurde, welcher Mathematiker zuerst die formale Gleichwertigkeit der räumlichen kann und der Zeitkoordinate klar erkannte und für des Aufbau der Theorie nutzbar machte. Die für die allgename Relativitätstheorie nötigen mathematischen Hillsmittel lagen fertig bereit in dem "absoluten Differentialkalkül", welcher auf den Forschungen von Gauss, Riemann und Christoffel über nichteuklidische Mannigfaltigkeiten ruht und von Ricci und Levi-Civita in ein System gebracht und bereits auf Probleme der theoretischen Physik angewendet wurde. Ich habe im Abschnitt B der vorliegenden Abhandlerg alle für uns nötigen, bei dem Physiker nicht als bekannt vor-Uszusetzenden mathematischen Hilfsmittel in möglichst einfacher und durchsichtiger Weise entwickelt, so daß ein Stadium mathematischer Literatur für das Verständnis der verliegenden Abhandlung nicht erforderlich ist. Endlich sei an dieser Stelle dankbar meines Freundes, des Mathematikers Grossmann, gelacht, der mir durch seine Hilfe nicht nur das Studium der einschlägigen mathematischen Literatur erspasse sondern mich auch beim Suchen nach den Feldgleichur gen der Gravitation unterstützte.

F. L. C. GREN, L. W. GILEERT, L. C. POGGENDORFF, G. U. B. WIEDEMANN, P. DRUDE. BROECTORT CHD FORTORFCHERT DURCH VIERTE FOLGE. BAND 49. DER GANZEN REIME SOL. RAND. KURATORIUM: M. PLANCK, G. QUINCKE, W. C. RÖNTGEN, W. VOIGT, E. WARBURG. UNTER MITWIEKUNG DEB DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

YSIK.

MERICROEGEREN VON W. WIEN UND M. PLANCK. MIT EINEM PORTRÄT UND ZEHN FIGURENTAFELN.

ANNALEN

DER



LEIPZIG, 1916. MEROSIUS BARTH.

11111

# **The Equivalence Principle**

**Mach's Principle**: The gravitational interaction of mass in the universe causes all inertial forces. In an empty universe, there would be no inertia.

Einstein argued that gravity can be regarded as an **inertial force**: "A frame linearly accelerating relative to an inertial frame in special relativity is locally identical to a frame at rest in a gravitational field". He explored this idea in a famous thought experiment with elevators and rockets.

The equivalence principle results in two effects:

- Light should be blue/redshifted in a gravitational field
- Light paths in a gravitational field should be curved

Einstein already predicted the gravitational deflection of light in 1911. Here is his letter to G. E. Hale in 1913, asking him about the possibility of observing the light deflection around the Sun.

Zaich 14. X. 13. Koch geelerter Herr Kollege! time surfache theoretische Ufor legung macht die Annahmes plansitel, dass Lichtstrahlen in einem Geavitations felde eine Seviation uphren. mencande misste diere Ablenkung und wie - abuchmen 0.84 to wave deshall von geösstem Intresse, bis gu mie grosses Somen whe ground tixsteene bei Anwendung der stinketen Kergrösserungere bei Tage (ohne Somenfinsternis) gereken werden komun

### **Confirmation of the GR**



Eddington's 1919 eclipse observations "confirmed" Einstein's relativistic prediction of  $\alpha = 1.78$  arcsec

Later observations have provided more accurate evidence of light deflection due to the influence of GR

# What is the Global Geometry of the Universe?



## **Metric and Spacetime**

Geometry of space can be generally defined through the **metric**, enabling one to compute the distance between any two points: 2

$$ds^2 = \sum_a \sum_b g_{ab} dx^a dx^b$$

where  $g_{ab}$  is the **metric tensor**. Indices  $\{a,b\}$  run 0 to 3, for the spacetime (0 is the time dimension, 1,2,3 are the spatial ones, i.e., xyz)

In a simple Euclidean geometry, it is a diagonal unit tensor (matrix):  $g_{aa} = 1$ ,  $g_{a\neq b} = 0$ , where  $\{a,b\} = \{1,2,3\}$ 

The metric coefficients  $g_{ab}$  are generally functions of the spacetime position, and a proper theory of spacetime has to specify these functions

# **Metric: Quantifying the Geometry**

- The geometry of spacetime is completely specified by a metric, g<sub>µν</sub>
- A special relativistic, Euclidean case is the Minkowski metric:  $ds^2 = (c dt)^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2)$
- A general case for a GR, homogeneous and isotropic universe is the **Robertson-Walker metric:**

$$ds^{2} = (c \ dt)^{2} - R^{2}(t) \left[ \frac{dr^{2}}{1 - kr^{2}} + r^{2}(d\theta^{2} + \sin^{2}\theta d\phi^{2}) \right]$$

where k = -1, 0, +1 for a (negative, flat, positive) curvature

#### **Robertson-Walker Metric**

Polar coordinates are useful if all directions are equal (space is *isotropic*):

$$ds^{2} = c^{2}dt^{2} - R^{2}(t)\left[dr^{2} + S_{k}^{2}(r)d\varphi^{2}\right]$$

where

$$S_{k}(r) = \begin{cases} \sin r, \ (k = 1) & \text{Positive space curvature} \\ \sinh r, \ (k = -1) & \text{Negative space curvature} \\ r, & (k = 0) & \text{Flat (Euclidean) space} \end{cases}$$

If the spatial dimensions expand or contract with time:

$$ds^{2} = c^{2}dt^{2} - a^{2}(t) \left[ \frac{dr^{2}}{1 - kr^{2}} + r^{2}d\theta^{2} + r^{2}\sin\theta d\phi^{2} \right]$$
  
where  $a(t) = \frac{R(t)}{R_{0}}$  is the scale factor



**Global Geometry and Dynamics of the Universe** 

Next:

Part II